

## Zusatzaufgaben

### Betriebswirtschaftliche Entscheidungsanalyse/Entscheidungstheorie

#### Aufgabe 1

Einem Unternehmer werden zwei Projekte angeboten. Bei dem ersten Projekt ist der Gewinn 1.000 € oder 2.000 € jeweils mit der Wahrscheinlichkeit von 50%. Bei dem zweiten Projekt erhält er jeweils mit der Wahrscheinlichkeit von 50% einen Gewinn von  $y$  € bzw. 0 €. Wie groß muss der Gewinn  $y$  des zweiten Projekts sein, damit beide Projekte gleich eingeschätzt werden? Bei der Beantwortung kann davon ausgegangen werden, dass sich der Unternehmer gemäß der folgenden Risiko-Nutzenfunktion verhält:

$$u(x) = -\frac{x^2}{10.000} + 2x$$

#### Aufgabe 2

Ein Anleger erhält als Werbepremie von seiner Bank eine Aktie. Er kann sich eine von zwei unterschiedlichen Aktien aussuchen. Die Wertentwicklung der Aktien hängt von der Entwicklung der gesamten Wirtschaftslage ab. Hierbei sind die Ausprägungen „sehr gut“, „gut“, „mittel“ und „schlecht“ möglich. Die Aktiendaten (Ergebniswerte) sowie die vom Anleger vermuteten Eintrittswahrscheinlichkeiten der verschiedenen Wirtschaftslagen ( $p_j$ ) sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

	sehr gut	gut	mittel	schlecht
Aktie 1	4.000	2.300	1.300	48
Aktie 2	4.100	1.800	1.500	400
$p_j$	10%	35%	30%	25%

(alle Ergebniswerte  $x$  in Euro; Lösungswerte auf zwei Nachkommastellen runden)

- Wie würde der Anleger nach der Bayes-Regel entscheiden?
- Wie entscheidet sich der Anleger, wenn er nach dem Bernoulli-Prinzip entscheidet und seine Risiko-Nutzenfunktion  $u(x) = 0,6 \cdot \sqrt[3]{x^2}$  lautet?
- Welche Risikoeinstellung hat der Anleger bei Teilaufgabe a. und welche bei Teilaufgabe b.?
- Welchen Betrag müsste die Bank dem Anleger bei Teilaufgabe b. mindestens bieten, damit er auf die gewählte Aktie verzichten würde?



## Aufgabe 4

Ein Handwerksmeister empfiehlt einem seiner Auszubildenden, sich mit einem von vier sehr gut gelungenen Objekten, die der Auszubildende gefertigt hat, an einem Wettbewerb zu beteiligen. Bei diesem Wettbewerb wird zunächst eine Vorauswahl aller eingereichten Objekte vorgenommen. Dazu wird jedes dieser Objekte genau einem von fünf möglichen Juroren zugeteilt, der es dann mit einer Punktzahl zwischen 0 und 25 zu beurteilen hat; je höher diese Zahl ausfällt, desto besser ist die Bewertung.

Welcher Juror das vom Auszubildenden eingereichte Objekt bewerten wird, ist ungewiss (und es können auch keine Wahrscheinlichkeiten dafür angegeben werden). Der Handwerksmeister kennt die fünf Juroren und deren Vorlieben und Bewertungskriterien so gut, dass er glaubt, die Punktezahlen, mit denen jeder Juror  $j$  jedes der vier Objekte  $a_i$  des Auszubildenden bewerten würde, bis auf eine Ausnahme angeben zu können. Folgende Tabelle hält diese Zahlen fest:

Juror \ Objekt	1	2	3	4	5
a <sub>1</sub>	16	21	13	18	10
a <sub>2</sub>	13	15	20	14	18
a <sub>3</sub>	15	18	22	13	12
a <sub>4</sub>	14	17	20	13	<b>u<sub>45</sub></b>

Lediglich die Wertung von Juror 5 für Objekt a<sub>4</sub> scheint ihm also unklar. Der Auszubildende will sich bei seiner Entscheidungsfindung an obiger Tabelle orientieren.

Bestimmen Sie für den Auszubildenden jeweils die Menge aller ganzzahligen Werte  $u_{45} \in \{0; \dots; 25\}$ , so dass die Alternative Objekt a<sub>4</sub> einzureichen

- a) effizient ist, 1 Punkt
- b) optimal\* ist nach der Maximax-Regel, 2 Punkte
- c) optimal\* ist nach der Maximin-Regel, 2 Punkte
- d) optimal\* ist nach der Savage-Niehans-Regel 5 Punkte

\* Hinweis für die Berechnungen: a<sub>4</sub> kann natürlich auch gemeinsam mit einer anderen Alternativen optimal sein!

## Aufgabe 5

Ein Reiseveranstalter hat die Möglichkeit, in einem Hotel für die kommende Saison 0, 10, 20 oder 30 Übernachtungen einzukaufen. Setzt er die Übernachtungen im Rahmen seiner Pauschalangebote ab, erzielt er je Übernachtung einen **Deckungsbeitrag** von 10,- €. Bei Nichtabsatz entstehen ihm **variable Kosten** in Höhe von 10,- € pro Übernachtungsmöglichkeit. Für seine Entscheidung orientiert er sich am **Gewinn**, wobei **Fixkosten unberücksichtigt** bleiben. Nehmen Sie an, dass für die nachgefragte Anzahl der Übernachtungen in der kommenden Saison auch nur genau einer der drei Werte 0, 10, 20 oder 30 möglich ist.

**Wie viele Übernachtungen** kauft der Reiseveranstalter ein, wenn er sich nach den folgenden Regeln richtet?

Ergebnisse sind auf die unten stehenden ..... Felder einzutragen!

- a. Maximax-Regel .....
- b. Maximin-Regel .....
- c. Laplace-Regel .....
- d. Hurwicz-Regel (mit  $\lambda = 0,6$ ) .....

Hinweis: Deckungsbeitrag = Preis – variable Kosten

### Aufgabe 6

In einer Stadt betreibt eine Drogeriewarenkette derzeit einen Laden im Zentrum, der nicht vergrößert werden kann. Alternativ zum bisherigen Laden könnte die Drogeriewarenkette einen größeren Laden am Stadtrand einrichten. Momentan hat die Kette in der Stadt einen Marktanteil in Höhe von 14 %. Bei Umzug an den Stadtrand kann der prozentuale Marktanteil als Zufallsvariable X mit folgender Verteilung angesehen werden:

mögliche Werte von X	5	17,5	30
zugehörige Wahrscheinlichkeiten	0,4	0,4	0,2

Für prozentuale Marktanteile im Bereich [0; 50] werde vom Management der Drogeriewarenkette die folgende Nutzenfunktion benutzt.

$$u(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{100} & \text{für } 0 \leq x \leq 10 \\ \sqrt{0,4x - 3} & \text{für } 10 < x \leq 50 \end{cases}$$

a. Berechnen Sie den

- Erwartungswert von X,
- den Nutzenerwartungswert von X,
- das Sicherheitsäquivalent zu X.

b. Empfiehlt sich für das Management – bei Orientierung am Marktanteil und obiger Nutzenfunktion – der Umzug an den Stadtrand?

## Aufgabe 7

Ein risikoneutraler Unternehmer hat die Möglichkeit 0, 1 oder 2 Einheiten eines neuen, sehr leicht verderblichen Produktes zum Preis von 55 EURO je Einheit zu kaufen. Der Verkaufspreis beträgt 90 EURO je Einheit. Werden die Produkte nicht am selben Tag abgesetzt, so sind sie verdorben. Übernachtfrage hat hingegen keine negativen Folgen. Der Unternehmer schätzt, dass die Wahrscheinlichkeit der Nachfrage nach 0 Einheiten bei 20%, nach 1 Einheit bei 30% und nach 2 Einheiten bei 50% liegt.

- Wie viele Einheiten des Produktes wird der Unternehmer kaufen, wenn er seinen Gewinn maximieren möchte?
- Der Unternehmer besitze nun die Möglichkeit, vollkommene Information über den wahren Umweltzustand zu beschaffen. Berechnen Sie auf zwei alternativen Wegen, welchen Betrag er dafür höchstens aufwenden sollte?
- Führt die Nutzung vollkommener Informationssysteme das Entscheidungsproblem bei Risiko auf ein Entscheidungsproblem bei Sicherheit zurück? Begründen Sie Ihre Antwort!

## Aufgabe 8

Ein Entscheidungsträger handelt (für nichtnegative Ergebnisse  $x$ ) entsprechend der Risikonutzenfunktion  $u(x) = 180 \cdot x^{-2/3}$ . Ihm wird ein Glücksspiel angeboten, das mit einer Wahrscheinlichkeit von 30% ein Ergebnis von 85 € und mit einer Wahrscheinlichkeit von 70% ein Ergebnis von 20 € liefert.

- Ermitteln** Sie das Sicherheitsäquivalent (Rundung an zweiter Nachkommastelle) dieses Spiels für den Entscheidungsträger!
- Begründen** Sie, welche Risikoeinstellung der Entscheidungsträger hat!

## Aufgabe 9

Gegeben ist folgende Ergebnismatrix:

	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$
$a_1$	12	14	5
$a_2$	8	18	10
$a_3$	30	0	6
$p_i$	0,3	0,3	0,4

- Welche Reihenfolge (mit Angabe der Ergebnishöhe) der Aktionen  $a_i$  ergibt sich bei Anwendung der  $(\mu, \sigma)$ -Regel:  $\Phi = 0,8\mu - 0,5\sigma$ ?
- Wie hoch ist das Sicherheitsäquivalent der optimalen Alternative?

## Aufgabe 10

Ein Kandidat nimmt an einem Fernsehquiz teil. Es gibt jeweils 4 Antwortmöglichkeiten (Umweltzustände), genau eine davon ist richtig. Der Kandidat hat es zur 210.000 €-Frage gebracht. Beantwortet er sie richtig, erhält er diesen Betrag, bei falscher Antwort nur 10.000 €. Beantwortet er die Frage nicht, erhält er 60.000 €. Der Kandidat muss entscheiden, ob er die Frage beantwortet oder nicht.

- a) Erstellen Sie die Ergebnismatrix dieser Entscheidungssituation.
- b) Der Kandidat kann die Frage nicht beantworten und nicht einmal die Wahrscheinlichkeit angeben, mit der eine Antwort richtig sein könnte. Er entscheidet sich in dieser Situation nach der Hurwicz-Regel. Wie hoch muss der Optimismusparameter  $\lambda$  mindestens sein, damit der Kandidat sich entschließt, zu raten und die Frage zu beantworten? Wäre der Kandidat bei genau diesem Parameter risikoscheu oder risikofreudig?
- c) Eine andere Kandidatin hat in sonst völlig gleicher Situation noch einen Joker übrig und befragt das Publikum. 50 % der Zuschauer meinen, dass Antwort a), 40 % dass Antwort b) und jeweils 5 % dass Antwort c) bzw. d) richtig ist. Die Kandidatin glaubt, dass diese Prozentsätze die Wahrscheinlichkeit angeben, mit der die jeweilige Antwort richtig ist. Wird die Kandidatin die Frage beantworten, sofern sie risikoneutral ist? (Begründung)