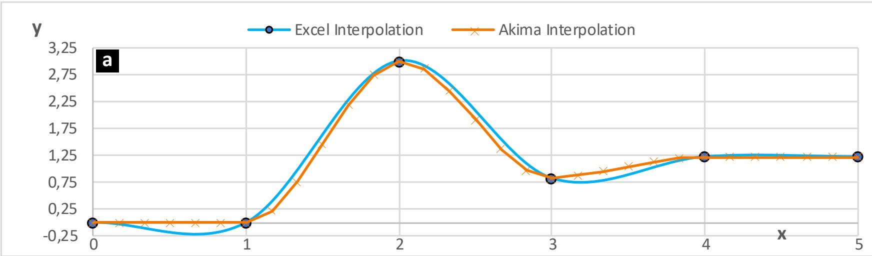
AKIMA Interpolation



							xStart	0,0	
							xEnde	5,0	
Messwerte a		Polynomkoeffizienten		b			Akima Polynom	c	
x	y	m	p0=y	p1=t	p2	p3	Idx	xAk	yAk
		0					1	0	0,00
		0					1	0,17	0,00
0,00	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1	0,33	0,00
1,00	0,00	3,000	0,000	0,000	8,785	-5,785	1	0,50	0,00
2,00	3,00	-2,180	3,000	0,215	-7,185	4,790	1	0,67	0,00
3,00	0,82	0,400	0,820	0,215	0,770	-0,585	1	0,83	0,00
4,00	1,22	0,000	1,220	0,000	0,000	0,000	1	1,00	0,00
5,00	1,22	0	1,22	0			2	1,17	0,22
							2	1,33	0,76
							2	1,50	1,47

Gegeben sind 5 Messpunkte + einen extrapolierten Punkt P_6(5; 1,22). Alle Punkte sollen nach Akima[1] (**y_{Ak}**) interpoliert werden. Gegenüber anderen Spline-Methoden muss hier kein GS gelöst werden und die 2.Abl. der Polynome nicht stetig sein. Die Akimamethode wird verwendet, da sie nur ein kleines Überschwingverhalten bei starken Gradienten aufweist.

$$y_{Ak} = p_0 + p_1(x_{Ak} - x_i) + p_2(x_{Ak} - x_i)^2 + p_3(x_{Ak} - x_i)^3$$ *i = Messwertpunkt*

Für jeden Messpunkt benötigen wir je ein Polynom y_{Ak} und deren berechnete Funktionsparameter (**p_0, p_1, p_2, p_3**). Mit Hilfe dieser können wir Interpolationspunkte (x_{Ak}; y_{Ak}) zwischen den Messpunkten erzeugen.
Die Steuerung der Anzahl an Interpolationspunkten gestalten wir dynamisch indem wir Zirkelbezüge zulassen, so dass sich **y_{Ak}** und somit die Interpolationspunktanzahl selbst skalieren.

a Wir erstellen ein neues Tabellenblatt und tragen die Messwerte (x, y) dort ein.
b Der einflussreichste Term ist t_i, der sich aus den Steigungen der jeweils zwei vorherigen und zwei nächsten Messpunkten an der Stelle $P(x_i|y_i)$ zusammensetzt. Außerdem gibt er den Steigungen vor und hinter einem Messpunkt einen Symmetriecharakter.

$$t_i = \frac{(|m_{i+1} - m_i| m_{i-1} + |m_{i-1} - m_{i-2}| m_i)}{(|m_{i+1} - m_i| + |m_{i-1} - m_{i-2}|)} \qquad m_i = \frac{(y_{i+1} - y_i)}{(x_{i+1} - x_i)}$$

Die benötigten Polynomparameter können wir wie folgt berechnen.

$$p_0 = y_i$$
$$p_1 = t_i$$
$$p_2 = [3(y_{i+1} - y_i)/(x_{i+1} - x_i) - 2t_i - t_{i+1}]/x_{i+1} - x_i$$
$$p_3 = [t_i + t_{i+1} - 2(y_{i+1} - y_i)/(x_{i+1} - x_i)]/(x_{i+1} - x_i)^2$$

Für die Interpolation an den Rändern brauchen wir Annahmen die wir so wählen, dass Sie den ersten und letzten Messpunkt sinnvoll widerspiegeln. Hier werden konstante Messwerte angenommen (m=0).
c Die Berechnung jedes **y_{Ak}** erfordert die Suche nach den passenden Polynomparametern (p_i). Dafür nutzen wir die Funktion VERGLEICH mit der wir über **x_{Ak}** ermitteln, in welcher Zeile das passende Akimapolynom steht (**b**).

Idx = VERGLEICH(xAk;ParameterBereich;0)

Für die Selbstskalierung von **x_{Ak}** berechnen wir die Schrittweite abhängig der gewünschten Interpolationspunkte, damit wir bei Änderungen dieser, nur die Zeilenanzahl ändern müssen.

x_{Ak} = xStart +((xEnde-xStart)/(ANZAHL(Messwerte)-1))

Mit der Funktion INDEX(Matrix) kann anschließend **y_{Ak}** berechnet werden.

[1] Akima: A New Method of Interpolation and smooth Curve Fitting on Local Procedures, Journal oft he Association for Computing Machinery, Vol.17, No.4, 1970

HS-Merseburg-sebastian.lebioda@hs-merseburg.de