

Aufgabenserie 13 zur Vorlesung "Mathematik für Kompass"

1. Man berechne $u + v$, $u - v$, $u \cdot v$ und $\bar{u} \cdot v$ für die Zahlen

a) $u = 9 - 7j$, $v = 3 + 2j$ b) $u = 1 + 3j$, $v = 4 - j$

2. Berechnen Sie

a) $\frac{6 - 4j}{1 + j}$, b) $\frac{6 + 17j}{2 - 3j}$, c) $\frac{1 - 7j}{1 - 2j}$.

3. Welche Menge von Zahlen $z \in \mathbb{C}$ in der Gaußschen Zahlenebene wird durch die folgende Ungleichung bzw. Gleichung beschrieben?

- a) $|z| < 1$,
- b) $1 \leq |z| \leq 2$,
- c) $\frac{\pi}{2} < \arg(z) \leq \pi$,
- d) $z \cdot \bar{z} = 16$,
- e) $-\pi < \arg(z) \leq -\frac{\pi}{2}$,
- f) $|z - j| \leq 1$,
- g) $\arg(z) = -\frac{\pi}{4}$,
- h) $\operatorname{Im}(z) = -j$,
- i) $z + \bar{z} = 6$.

4. Bestimmen Sie die exponentielle Darstellung von $z = \frac{-3+j}{2+j}$ und berechnen Sie unter Verwendung dieser Darstellung $2^{-48} z^{99}$. Geben Sie das Ergebnis in algebraischer Darstellung an.

5. Geben Sie die komplexen Zahlen $z_1 = 4j$, $z_2 = -3 - 3j$, $z_3 = 3\sqrt{3} + 3j$ in exponentieller Darstellung (Euler-Darstellung) an. Berechnen Sie mit Hilfe dieser Darstellung \bar{z}_1^5 und \bar{z}_3^4 . Geben Sie das Ergebnis in algebraischer Darstellung an.

6. Geben Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichungen

a) $z^2 + 2z + 5 = 0$

b) $z^2 - 6z + 18 = 0$

an.

7. Ermitteln Sie alle komplexen Lösungen z der Gleichung

a) $z^3 = -8j$, **b)** $z^4 = -81$.