

Aufgabenserie 10 zur Vorlesung "Statistik für Betriebswirte"

**1.** Verbraucher bemerkten bei der Biersorte "Schrotttitzer Urtyp", dass die Flaschen öfter nicht ausreichend gefüllt waren. Der Hersteller ließ verlautbaren, dass er die Füllmenge von mindestens  $0.5\text{ l}$  einhält. Eine Agentur zum Warentest gab ein Gutachten in Auftrag, bei dem 200 zufällig ausgewählte Flaschen hinsichtlich der Füllmenge (Einheit  $l$ ) analysiert wurden. Dabei ergab sich ein Mittelwert von  $0.496$  und eine empirische Standardabweichung  $0.04$ . Die Füllmenge kann als normalverteilt gelten.

- a) Kann aufgrund dieser Daten an der Aussage des Herstellers gezweifelt werden? (Signifikanzniveau  $0.05$ )
- b) Wie fällt die Entscheidung aus, wenn das Signifikanzniveau  $0.1$  beträgt?
- c) Prüfen Sie die Aussage, dass die Varianz  $0.0014$  beträgt. (Signifikanzniveau  $0.01$ )
- d) Die Firma behauptet, dass die Standardabweichung maximal  $0.035\text{ l}$  beträgt. Wird diese Behauptung durch die Daten gestützt? (Signifikanzniveau  $0.05$ )

**2.** Mangan, das mit der Nahrung aufgenommen wird, kann in höheren Konzentrationen Schädigungen des Nervensystems hervorrufen. Ein Betrieb, der Mineralwasser abfüllt, gibt für sein Produkt einen durchschnittlichen Mangangehalt von  $0.15$  (in  $mg/l$ ) an. 28 zufällig und unabhängig ausgewählte Flaschen dieses Mineralwassers wurden auf ihren Mangangehalt untersucht. Es ergaben sich die empirischen Kennwerte  $\bar{X} = 0.161$  und  $S^2 = 0.0015$ . Es kann angenommen werden, dass der Mangangehalt normalverteilt ist.

- a) Was lässt sich aufgrund der Daten zu dem Vorwurf sagen, der Mangangehalt in dem Mineralwasser sei zu hoch?
- b) Man prüfe, ob die Varianz gleich  $0.001$  bzw. kleiner oder gleich  $0.0008$  ist. Signifikanzniveau jeweils  $0.05$

**3.** Die Fahrleistung des neuen Kraftstoffs "SuperMax" soll an 9 Fahrzeugen untersucht werden. Dazu wird zunächst  $10\text{ l}$  des herkömmlichen Kraftstoffs und anschließend  $10\text{ l}$  des neuen Kraftstoffs eingefüllt. Zum Vergleich werden jeweils die Fahrleistungen in  $km$  unter annähernd gleichen Bedingungen ermittelt:

| Pkw-Nr.                  | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| herkömmlicher Kraftstoff | 116 | 121 | 125 | 118 | 120 | 119 | 124 | 122 | 123 |
| neuer Kraftstoff         | 119 | 120 | 127 | 116 | 124 | 120 | 124 | 125 | 118 |

Die Differenzen können als normalverteilt angesehen werden. Untersuchen Sie, ob es signifikante Unterschiede bei der Fahrleistung mit beiden Kraftstoffen gibt. Hinweis: Untersuchen Sie die Differenzen der entsprechenden Werte. Signifikanzniveau ist 0.05.

**4.** Zur Untersuchung der Wirkung zweier Düngemittel auf das Wachstum der Kartoffelsorte "Royal" werden zwei Felder angelegt. Auf dem ersten Feld wird das Düngemittel A und auf dem zweiten das Düngemittel B aufgebracht. Unmittelbar nach der Ernte wird das Gewicht einiger zufällig ausgewählter Kartoffeln ermittelt. Bei 10 Kartoffeln des ersten Feldes ergab sich ein mittleres Gewicht von 104.1 g mit der empirischen Standardabweichung von 39.4 g, bei 15 Kartoffeln des zweiten Feldes wurde ein mittleres Gewicht von 142.4 g mit der empirischen Standardabweichung 37.8 g ermittelt. Unter der Voraussetzung gleicher Varianzen untersuche man, ob sich das mittlere Gewicht der geernteten Kartoffeln der beiden Felder signifikant unterscheidet (Signifikanzniveau 0.05). Das Gewicht der Kartoffeln kann als normalverteilt angesehen werden. Man überprüfe auch die Voraussetzung an die Varianzen mit einem geeigneten Test (dabei Signifikanzniveau 0.1).

**5.** Beim Vergleich des Ertrages der Bäume zweier Kirschsorten "Markus" und "Olaf" ergaben sich die folgenden Werte (Einheit kg je Baum):

|              | Anzahl der Bäume | Mittelwert des Ertrages | empirische Standardabweichung |
|--------------|------------------|-------------------------|-------------------------------|
| Sorte Markus | 16               | 41.6                    | 3.28                          |
| Sorte Olaf   | 13               | 49.4                    | 3.55                          |

Der Ertrag kann als normalverteilt angesehen werden. Unter der Voraussetzung gleicher Varianzen untersuche man, ob die beiden Kirschsorten hinsichtlich des Erwartungswertes des Ertrags gleichwertig sind. Außerdem vergewissere man sich mit einem geeigneten Test, dass die dabei benutzte Voraussetzung der Gleichheit der Varianzen erfüllt ist (jeweils Signifikanzniveau 0.05).

**6\*.** Bei 10 Wettbewerben unter ähnlichen Bedingungen erreichte der Skispringer Paul Pechmann im Mittel eine Weite von 104 m bei einer empirischen Standardabweichung von 8 m. Sein Konkurrent Gottfried Goldhüpfer erzielte im Mittel 116 m bei einer empirischen Standardabweichung von 17 m. Die Sprungweiten können als normalverteilt angesehen werden.

**a)** Testen Sie, ob die Leistungsschwankungen im Mittel bei beiden Springern verschieden sind.

b) Testen Sie, ob das Leistungsniveau beider Springer gleich ist unter der Voraussetzung gleicher Varianzen.

c) Prüfen Sie mit Hilfe des Welch-Tests, ob das Leistungsniveau beider Springer gleich ist. Signifikanzniveau jeweils 0.05.

7. Eine Verbraucherschutzorganisation testet zwei Marken von Farben. Von der ersten Sorte wurden 13 Eimer, von der zweiten Sorte 11 Eimer zu je 10 Liter in die Untersuchung einbezogen. Bei der Marke "Matterhorn" reichte die Farbe im Mittel für  $30.4 m^2$  bei einer empirischen Standardabweichung von  $2.4 m^2$ , bei der Marke "Wendelstein" reichte die Farbe im Mittel für  $29.2 m^2$  bei einer empirischen Standardabweichung von  $1.9 m^2$ . Unter der Annahme gleicher Varianzen teste man, ob sich die Farben hinsichtlich der mittleren Streichleistung unterscheiden. Führen Sie einen Test durch, um die Voraussetzung gleicher Varianzen zu überprüfen, Signifikanzniveau jeweils 0.05.

8\*. In den Supermärkten der Kette "Boldeka" werden Beutel mit Zwiebeln mit einem Sollgewicht von  $1kg$  angeboten (Gewicht in  $kg$  ist normalverteilt). Bei einer Untersuchung von 24 Beuteln ergab sich ein Durchschnittsgewicht von 0.96 bei einer Stichprobenvarianz von 0.004.

a) Man teste zum Signifikanzniveau  $\alpha = 0.01$  die Hypothese, dass das Sollgewicht eingehalten wird.

b) Prüfen Sie die Hypothese, dass die Varianz gleich 0.003 ist bei einem Signifikanzniveau von 0.05.

c) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert des Beutelgewichts zum Niveau 0.99.

d) Ermitteln Sie ein zweiseitiges Konfidenzintervall für die Varianz des Gewichtes zum Niveau 0.99.